

Московский Государственный Университет им. М.В.Ломоносова
Физический факультет **кафедра математики**
Вопросы по курсу математического анализа, 2 семестр 2010-2011 года

1. Внутренние, граничные, изолированные, предельные точки множеств в n -мерном пространстве. Открытые и замкнутые множества. Граница множества. Замыкание множества. Ограниченные и неограниченные множества. Окрестности, шаровые окрестности, прямоугольные окрестности.
2. Последовательности точек в n -мерном пространстве. Предел последовательности. Сходимость и покоординатная сходимость. Критерий Коши. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
3. Функции нескольких переменных. График функции двух переменных. Карта линий равного уровня функции двух переменных. Предел функции нескольких переменных «по Коши» и «по Гейне». Непрерывность функции нескольких переменных по отдельной переменной и непрерывность по совокупности переменных. Свойства непрерывных функций.
4. Частные производные. Производные высших порядков. Достаточные условия независимости от порядка дифференцирования. Дифференцируемые функции нескольких переменных. Первый дифференциал функции нескольких переменных. Необходимое условие дифференцируемости. Достаточное условие дифференцируемости. Векторно-матричная форма записи дифференциала.
5. Геометрический смысл дифференциала функции двух переменных. Понятие касательной плоскости для функции двух переменных.
6. Сложные функции нескольких переменных. Дифференцируемость сложной функции. Дифференциал сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала. Производная по направлению и градиент. Векторно-матричная форма записи дифференциала сложной функции.
7. Дифференциалы высших порядков. Оператор дифференцирования.
8. Формула Тейлора. Понятие локального экстремума. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума.
9. Понятие неявной функции. Теоремы о неявной функции, определяемой одним уравнением. Теоремы о неявной функции, определяемой системой уравнений. Дифференцирование неявных функций. Функциональный определитель (Якобиан).
10. Понятия зависимости функций и независимости функций. Теоремы о зависимости (с доказательством) и независимости функций (без доказательства).
11. Замена переменных в дифференциальных выражениях.
12. Условный экстремум. Метод исключения, сведение задачи об условном экстремуме к задаче об безусловном экстремуме. Метод Лагранжа. Необходимые условия условного экстремума в форме Лагранжа. Достаточные условия условного экстремума в форме Лагранжа (без доказательства).
13. Двойной интеграл. Сведение двойного интеграла к повторному. Замена переменных в двойном интеграле. Криволинейные координаты на плоскости.
14. Тройной интеграл. Сведение тройного интеграла к повторному. Замена переменных в тройном интеграле. Криволинейные координаты в пространстве.
15. Цилиндрические и сферические координаты.
16. Кратные интегралы. Сферические координаты в n -мерном пространстве.
17. Геометрические и физические приложения кратных интегралов. Центр масс и моменты инерции плоской фигуры, тела в пространстве, тела вращения.
18. Криволинейные интегралы первого рода (определение, вычисление с помощью определенного интеграла). Криволинейные интегралы второго рода (определение, вычисление с помощью определенного интеграла, связь с криволинейными интегралами первого рода).
19. Формула Грина. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования. Физические приложения криволинейных интегралов первого и второго рода. Масса и момент инерции кривой на плоскости в пространстве, работа силы.
20. Поверхностные интегралы первого рода.
21. Поверхностные интегралы второго рода. Основные интегральные тождества.
22. Понятие плоской кривой. Явное, параметрическое, неявное уравнения плоской кривой. Касание плоских кривых. Соприкасающаяся окружность.
23. Параметрические семейства кривых. Огибающая однопараметрического семейства кривых. Необходимое условие огибающей. Кривизна плоской кривой.